On mathematical modeling in industrial research and development

Shigeki MATSUTANI
Kanazawa University, Japan

The speaker had been engaged in the application of mathematics in the manufacturing industry for 27 years and at about the same time, has been involved in research on pure mathematics related to the Abelian theory of functions for 20 years, exploring the mathematical description of objects in the real world from the standpoint of pure mathematics as well. The problems that arise when describing real-world objects mathematically are a subject that the late philosopher Husserl addressed in his later years. The various issues that Husserl pointed out also appear in the application of mathematics to reality in industrial research and development. In his youth, Husserl's knowledge of optics, which was outstanding, helped him understand the limitations of applying mathematics to reality through the optics of telescopes, and he studied the frontiers of mathematics in the XIX-th century, such as Abelian function theory and variational problems, under Weierstrass, before pursuing his philosophical studies. Based on these experiences, he seemed to have developed a philosophical consideration of reality and mathematics. Casimir, a researcher in mathematical physics who published a number of deeply fascinating results related to the nature of mathematics, also spent time as an engineer at Phillips after the age of thirty-three and presented a crisis in the latter half of the 20th century regarding the relationship between academia and industrial research and development, including mathematics. In Japan, where our society does not tolerate changing professions in academia and industry, compared to Europe and the U.S., the essential problems in the relation between mathematics, science, and the real world, as indicated by Husserl and Casimir, are rarely addressed in mathematics and science-related academia. The speaker believes that one of the reasons for the stagnation of Japanese industry over the past 20 years may lie in this relation and this situation. The speaker believes that the problem in the use of mathematics in industrial settings is the problem of "mathematics as a language," which is also an aspect of the problem presented by Husserl. By recognizing "mathematics as a language" properly, the speaker believes that "handling the correspondence between mathematics and reality well" will lead to the development of the industry. At the same time, he also considers that "handling it well" is itself a profound problem; what "handling it well" means.

第1節．イントロダクション

昨年，福井県の生涯学習センターから依頼を受け，「ようこそ数学の世界へ　～日常のなかの数学を眺めてみれば～」という題目で，生活の中での数学についてシニア向けの講演を行いました．

その中で，「りんごが4つ，みかんが2つ，ぶどうが2房と1粒ありました．くだものは何個ですか？」という問いを出しました．本日お話をする内容のすべてがここにあると思っています．

つまり，この問題はとても難しいということです．ぶどう1粒といっても，ルビーロマンという1粒 500円もするぶどう1粒の場合と1房数百円のぶどう1粒の場合とでは答えは異なりますし，どのような立場で「くだもの」を認識するのかによっても答えは変わってきます．

日常において「数を数える」対象は，りんごもあれば，みかんもあります．一房のぶどうということも，一粒のぶどうということもあります．日常での対象は個性がありますが，数学の世界には個性がありません．「1は1」であり，その起源は問いません．そのために四則演算ができるようになるのです．

「日常生活における対象を如何に数学の世界の対象に対応させるか？」「数学の世界で考察した結果を如何に日常の世界の現象として解釈するか？」 この2つがこの講演の主題です．この観点で見直せば，日常において「数を数える」ということでさえ，とても困難な状況を生みます．何を同一とみるか，何を整数に対応させるのか、分数と対応させるのか，そういったことは，自明なようでとても難しいのです．福井県での講演の例題は，その典型的なものなのです．

この講演ではその対応を，「数学は言葉である」とする立場に立って，対象と言葉との関係として捉えようと考えています．言語学では，言葉を状況から独立させて考察してはいけないという考え方があります．大野晋は「日本語の文法を考える」[1]の中で，当時，流行した「象は鼻が長い」「象は鼻は長い」といった「が」と「は」の論争で，

> 「これから取り扱いたいと思うハとガの使い方については，最近いろいろな考えが表明されている．しかし，事実の文脈の中で，話し手が事柄をどう扱い，相手に向かって，どう表現しているかに十分の注意を払いながら，その使い方を吟味しないと，適切な理解ができないことが多い．その点がよく理解されていないように思われる．」

と述べています．

言葉としての数学も同じものだと私は理解しています．文脈や使われる用途と共に考えなければ見誤るということです．

例えば，無限大は，加法の不動点として定義されることがあります．∞＋1＝∞です．例えば，999 円のショートケーキと，998 円のチョコレートケーキを購入する際には，1 円の違いを考慮に入れません．大きな数に比較して小さな量は些末なものとして無視するという事象です．これは∞＋1＝∞の日常的な対応物です．物理学で検討されているマルチスケール解析などの考え方は正にこれに立脚して構築されています．しかし，この「大きな数」というものは状況に強く依存します．例えば，30名のバスの団体旅行では，休憩の後に必ず点呼をしますが，4名ならしません．30名くらいの見知らぬ人が集まると，30と29との差は理解しづらいのです．つまり，大きな数（加法の不動点としての無限大の対応物）は日常の生活の中に散在しており，その値自体は，状況によって大きく異なるのです．

もちろん，現代数学における無限大には，ヒルベルトの無限ホテルに象徴されるように，無限大のパラドックススが存在します．この事実は古来から知られていました．少なくともガリレイは，n と n^2 の個数を考えた際に，無限を許すと不可思議なことが起きることに気づいていました[2]．つまり，∞＋1＝∞の類似物は日常に存在するものの，厳密な無限大は日常には存在しないということを示しています．

この立場で考えると，デデキントが述べたような実数すら「現実の世界に存在すること」は極めて疑わしいことに気づきます．「位相幾何が教える厳密な意味の連続性は，人間の思考の中以外の日常の中にも実際に存在するのか」という問いは，極めて非自明な問となるのです．上述のくだもののの数え方の問題での「数の対比」や，「数学の無限大と日常の中の無限大の類似物の対比」と，「実数，実ユークリッド空間，実リーマン多様体などと，物理学者が考えるそれぞれの対象物との対比」とには，本質的な違いはない事にも気づきます．

それらを分かつものは，「用途」にすぎません．それぞれは，対象とする現象を数学の言葉に変換し，変換した数学的推論により得られたものを現実に戻す過程の事例と認識できます．しかし，常に伝わらないのが，言語の生来の本質です．伝わらないことを前提にして，厳密科学であるという数学の特性を上手く活用することで，「言葉としての数学」の役割がより効果的に果たせる方法をこの講演で論じたいと思っています．

この研究会でこのような話題に取り上げようと考えたのは，21世紀は数学の時代と言われながら，数学の効果的な活用方法や活用の可能性に関する議論が，数学者のコミュニティでも社会全体でも十分なされていないからです．企業（製造業）の現場において言葉としての数学を活用してきた

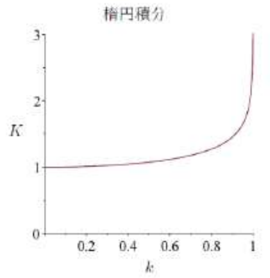
経験を基に,「言葉としての数学」の視点から,活用方法や活用の可能性について幾つかの事実と提案を提示したいと思います.また,これらは極めて哲学的な課題を含むので,哲学の専門家の現在の知見を傾聴することが数学者や数学活用者にとってとても重要であると考えました.それがこの企画を考えた主たる理由でもあります.

<u>第2節. 言葉としての数学の歴史</u>

ガリレイは「偽金鑑識官」[3] で「哲学(自然) は,〈中略〉巨大な書(すなわち,宇宙)のなかに,書かれているのです.〈中略〉その書は数学の言語で書かれており」と述べました.これは,神の書である聖書は預言者を通して人間の言葉で書かれているが,同じ神が創った宇宙という書は「数学で書かれている」と理解すべきです.

この節では,議論の前提・準備として,科学の歴史の概略を振り返ってみたいと思います[4,5].中世以降の西洋において数学や科学はキリスト教と共に発展してきたことが,近年知られるようになりました. ガリレイの研究の動機には「神が創った聖書は人間の言葉で書かれており,それを教会で研究するがごとく,神が創った自然が『どのようになっているのか?』を知ることが,自分の役目である」という強い宗教心があったようです.ガリレイと教会とが対立したというのは,ガリレイの研究のある側面に過ぎなかったのです.

例えば,ガリレイの単振り子の等時律の発見は,少なくとも逸話では,自分の脈と教会のランプの振り子の周期との比較によってなされたと言われています.ランプの揺れを非線形振り子と考えると,等時律は周期である第一種楕円積分 K のそのモデュライパラメータ k の依存性が k=0 の近傍でほぼ無視できるという数理的な事実に相当します.揺れが大きければ(より厳密には微小の揺れでも揺れが有限であれば),等時律は物理的に間違った法則です.それを発見したのです.

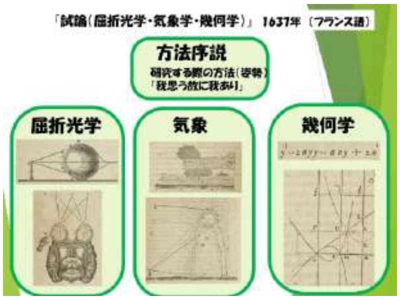


横軸 k に対する K の振る舞いの図

哲学者,エトムント・フッサールは「ヨーロッパ諸学の危機と超越論的現象学」[9]において「ガリレオは,発見する天才であると同時に隠蔽する天才であるのだ」と述べました.その一例がこの等時律の発見と解釈することができます.神の存在抜きにして(つまり神が創った自然は美しくあるという思い込みなくして),楕円積分の立場では間違いである周期の一定性は発見できません.ガリレイが,誤りを真実として位置付けたことは,正に真実の隠蔽です.もちろん,この等時律が振り子時計という技術を生んだわけですから,真実の隠蔽の全てが非難されるべきことと思いませんが,フッサールの指摘を言い当てているよい例であると考えています.

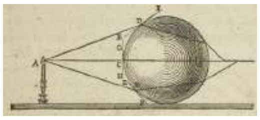
フッサールの科学者としての経歴はライプツィヒ大学で天文を学んだことから始まります.その際に,手に入れた光学メーカーのツァイス社の望遠鏡を丹念に分析し,望遠鏡の欠陥(収差)を発見

し，ツァイス社にその欠陥について手紙で指摘しました．アッベ収差で知られる光学研究者アッベがその手紙を見てフッサールにツァイス社への就職を勧める程，その分析は秀逸なものでありました．それがフッサールの技術と数学の原体験であったと考えられます．「技術の背景に数学がある」という事実を，その時心に刻んだと思われます．光学は，解像度という微小単位を常に意識する学問であり，ガウス光学に象徴される数学応用が成功した学問です．現代においても 19 世紀中盤においても，現実と数学の対比を明示的に理解するには，光学という学問は最適の装置です．その後，1878年にベルリン大学に移り，ワイエルシュトラスの指導の下アーベル関数論や変分原理を研究をしました．光学における最小原理の根源的理解もその目的の一つと推察されます．ベルリン大学ではクロネッカーの素朴な数の理解とワイエルシュトラスの厳密性への指向とを学びました．その後に数学から哲学へ研究題材を移しました[10]．アーベル関数を学びワェイルシュトラスの下で楕円関数の応用を学んだであろうフッサールにとっては，例えば，ガリレイの等時律の発見など，非常に乱暴な「数学化」に見えたのではないかと想像されます．

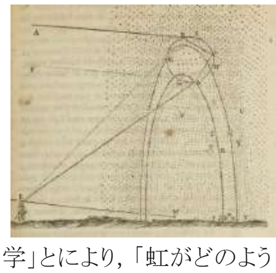


この数学（理念の世界）と現実の対応を精緻に考察したのはデカルトでした．フッサールもデカルトを様々な観点から研究しました．ここでは，数学を活用したことで現実の理解を明示的に行った最初の数学者，自然科学者としてデカルトを取り上げます．

1637 年に，デカルトは『みずからの理性を正しく導き，もろもろの学問において真理を探究するための方法についての序説およびこの方法の試論（屈折光学・気象学・幾何学）』[11]を著しました．この書は以下のように4部構成です．

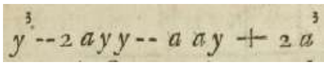


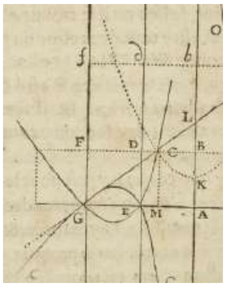
1. 方法序説：「我思う故に我あり」が書かれた，新たな研究をする際の方法（姿勢）はどのようにあるべきかを問う章
2. 屈折光学：光の屈折の様子を幾何学的に考察し，人間の眼球も，光の屈折によって像を認識していることなどを示した章
   （デカルトが目指していたものは，「人」と「獣」との違いの解明であったとも言われています．アムステルダムでデカルトは多数の動物の解剖を行ったようです．そして，少なくとも物理的な機能に関しては，それらに大きな差異がないことを，幾何と代数（算術）によって解き明かしました．つまり，人間の機能が物理法則に従っていることを示したのです[12]．これにより機械論的な自然観と，「人間の人間たる由縁としての霊魂と機械」との二元論に落ちついて行きました．）



3. 気象学：雲のでき方などの考察の後，「空中の雨粒」と「屈折光学」とにより，「虹がどのよう

にできるのか」の原理を数学的に示した章
（天空の事象が，地上や人体の物理法則と同じ法則に従っていることを示し，これがニュートンに引き継がれ，万有引力の発見の発端となったといわれています．焦線という特異点の原典でもあります．）





4. 幾何学：$y^3-2ay^2-a^2y+2a^3$ とする代数式による代数の考察（そのことにより体積＋面積＋長さの和を許容）とグラフによる形状の表現を示した章
（先の3章分の印刷の期間に，この幾何学部が書かれたと言われています．デカルトは 1628 年には「人々に知られている学問のうちで，算術と幾何学だけがすべての虚偽と不確実さから免れている」として，この代数（算術）と幾何学による解析手法を活用することを生涯の方針としました．そして，先の屈折光学や虹の焦線などを考察したのです[12]．）

このように数学により屈折光学（単色）を記述し，人間の眼球の光学系が物体の光学系と同一であること，天空の現象（虹の生成）が焦線という数学的事象を含みながらも地上の現象と同一であることを解き明かしました．つまり，現実の世界を数学（幾何と代数）の言葉で表現し，数学の世界で考察し，その知見を現実の世界に還元すると従来判らなかったこと（神の姿）が判るのです [1]．デカルトは「このような考えが私を算術と幾何学の個別研究から数学一般への探究へと導いたので，私はまず，**数学という語**の正確な意味と，なぜすでに述べたふたつの学問だけでなく，音楽，光学，機械学なども数学の一部門とみなされているかを追求した……」と述べています．

ガリレイもそうでしたが，デカルトの考察も神の存在を示すためのものでした．近年の研究によると，ニュートンも原理的な聖書主義者であり，聖書に書かれた年代を「科学的」に推定するために様々な自然科学の研究を行ったと言われています[6]．また，オイラーやベルヌーイが活躍したバーゼルはカルヴァン主義のカルヴァンが逃れた地でした．オイラーの父親はカルヴァン主義の牧師でした．

彼らにあるものは，「自然がどうなっているのか？」という視点でした．これは「なぜモノが落ちるのか？」に答えようとしたアリストテレスの視点とは質的

[1] キリスト教の下での自然の研究の目的は，自然の中に刻まれた「神の姿を知ること」が最大の目的でした．これは画期的な方法でした．

に異なります．

今日，科学の起源をギリシャ哲学に求める傾向がありますし，科学とは「なぜ」が重要であるというような記述も多く流布されています．しかし，現代物理が記述しているものは，「なぜ」ではなく常に「どうなっているか」であり，それを利用して構築されたのが18世紀以降，特に産業革命以降の西洋の技術です．

そして，その「どうなっているか？」を記述するのが「数学」です．神が創った自然をなぞることが神を知ることであり，その言葉は数学でした．その事を明示的かつ直接的述べたのはデカルトでした[12]．ダ・ヴィンチくらいまでは遡れる考え方のように思われます．デカルトもダ・ヴィンチも解剖に明け暮れ，どうなっているかを追求しました．これはデカルトの姿勢を批判したニュートンなどにも見受けられる傾向です．

彼らは，神が創った自然をなぞることが神を知ることであり，自然を学ぶ使命と考えました．自然現象を数学で記す研究方法が「神と同じようにすれば何かを生み出せる」という近代の科学技術の考え方と極めてマッチしました．特にプロテスタンティズムやピューリタニズムとマッチし，これらのアプローチは技術の発展に寄与しました[7]．産業革命から始まる科学技術の発展にはこのような背景があったということが最近知られるようになっています [4-7,12].

しかし，ヤーウエを一神教とする宗教が，ユダヤ教，キリスト教，イスラム教を生み，更に細かい宗派を生み，ときにいがみ合ったように，これらの科学の流れも分化，細分化されました．ガリレイ，ニュートンらの流れは自然科学として受け継がれ，アカデミアの研究に繋がりました．企業での研究スタイルを述べるために，まずはそうしたアカデミックの研究スタイルについて言及したいと思います．

第3節．アカデミックでの研究スタイル

トーマス・クーンが「科学革命の構造」[13]で示したパラダイムの考え方をここで紹介します．パラダイムとは，アカデミックに存在する多数の専門家集団の慣習や用語，暗黙の知識や常識などを指すものです [2].

クーンは，科学の研究において個々の研究は専門分野に細かく分割され，それぞれ異なるパラダイムを築くことを示しました．野家啓一は「パラダイムとは何か」[14]において次のような文章でパラダイムとは何かということを示しました．

> 「現実の科学者は基本用語の抽象的な定義から出発するのではなく，典型的な問題の解法を学ぶことによって具体的に仕事を進める．「力」や「化合物」といった用語の意味は明示的

[2] 私は，異なる複数の分野の研究テーマを渡り歩き，複数の分野の研究会に出席し，複数の異なる分野の雑誌で論文を出版する等の経験をしました．この経験から見ると，クーンのパラダイム論は，非常に的を射たものであると感じますし，実質的です．このような経験は，企業研究者と素人研究者として長らく同時に行ったことによって得られました．アカデミックから遠いところに居たのでアカデミックを俯瞰できたと思っています．特に，無名のまま分野の査読付き論文誌に論文を出すと，各分野の常識（パラダイム）の違いは身に沁みました．

に定義されるわけではなく，そうした「標準例(standard examples)」を通じて文脈的に理解されるのである．この標準例は「教科書」を通じていわば天下り式に与えられるのであり，科学者たちはそれを手本に具体的問題に取り組む．そこにあるのは「合意」や「一致」ではなく，むしろ「訓練」である」

専門家集団が伝承により形成されて行く姿が見て取れます．各専門家集団の言葉や慣習がパラダイムになりますが，そのパラダイムが各専門家集団で伝承され，専門家集団の構成員を増やし，集団を形成するのです．

このような伝承の効果は，定義や定理によって議論が進む数学においても真であると考えます．

例えば，各パラダイムにおいて「小さい」とする量は全く異なります．宇宙物理では光年単位で長さを測りますが，天気予報などの気象学では数 100m から数 km が最小単位だったりします．多くの化学プラントの流体力学では数 10μm から数 mm は無視すべき長さとなることもあるでしょうし，量子化学では数サブ nm が重要かもしれません．

つまり，同じ数学の微分方程式を取り扱う場合でも，分野によって対応する距離の単位などが全く異なるわけです．それぞれの分野において微小な距離などを含む常識が定まっています．各分野の研究者は，研究者になった後，実数直線の連続性に関わる「デデキントの切断」などということは気にしません．暗黙の了解の下で，各専門に適した「連続」という概念をそれぞれ定め，各自の専門分野の発展に邁進します．

パラダイム論の観点では，「各専門家集団は，お互いに交わらず，個々の慣習に沿って，専門家集団内の固有の重要課題を探求するもの」であり，大学の専門分野は住み分けながら個々の科学の発展のために寄与するとするのがクーンが示した科学の姿です．

・各分野での「重要課題(puzzle)」の解決を目指す．
・すべての課題が解決した際，パラダイムシフトが起きる
・パラダイム間の交流は不可能である（通約不可能性）

ことが示されます．

第4節．企業での研究スタイル

アカデミックでの研究スタイルを記したので，次に企業の研究スタイルについて触れることにします[15]．

企業とアカデミックの研究の関係については，技術の上流であるアカデミックで開発・構成されたものが技術の下流である企業に渡って社会に還元されるという描像（イメージ）が，社会，特にアカデミックで今もまだ強く根付いているように思います．確かに，19世紀の化学材料，20世紀中盤の半導体デバイスなどはそうでしたし，現在でも，重工産業や製薬などでは，このビジョンが有効であるものがあります．重工産業に関わる分野では，企業のある部署が大学の研究室と密に連携し，アカデミックから生産への流れを，関連学会を企業と大学で共同で運営しながら決定

しているというものが存在していたのも確かです．

しかし，技術が複合化しシステム化されてきた2000年以降に，このビジョンで技術全体を捉え語ることはほとんど意味がありません．例えば，GAFA と呼ばれる一大勢力がこのビジョンに従って構築されたかと言えば答えは No です．

カシミール演算子，カシミール効果で有名な理論物理学者（数理物理学者）ヘンドリック・カシミール（1909-2000)は，第二次大戦前後からフィリップス研究所に勤務し所長，取締役まで務めた人物です．カシミールは，アカデミックと企業の在り方に関して，このような上流と下流という捉え方をして政策的に産業を育成しようとしてもうまく行かないだろうと述べています；

> 「技術や科学の進歩は資本主義企業によって決定されるべきというモデルについて： このやり方では，大学教授の人事に影響を与え，ある種の仕事に補助金を出し，産業界が規定する方向に特化しなければ，科学者は仕事を見つけるのが難しいことを明らかにすることによって，資本主義は科学プログラムをしっかり管理します．一見，ある程度の「自由」な研究を認めているように見えても，それは「抑圧的寛容」政策の一部となります．その擬似的な自由は，精神的な自由を強化するどころか，むしろ弱める働きをします．
>
> このモデルは，いわゆる進歩的な学生たちがほとんどパラノイア的な熱意をもって提唱した時期もありましたが，（中略）現実には近くありません．（中略）量子力学が半導体の理論につながり，エレクトロニクスとデータ処理のまったく新しい時代を切り開くことになるとは，物理学者も技術者も，ましてや産業界のリーダーたちも，誰も予見していなかったのです．」[16]

これらの言及は，どちらかと言えば科学者向けに述べられたものですが，文中の「現実に近くない」という指摘が重要であると考えています．

企業での研究スタイルを端的に表しているのは，NIKKEI BP 総研 2018 年に掲載されたノーベル賞受賞者の田中耕一氏の記事[17]の言葉です．キーワードは「異分野融合」です．そこから引用します．

> 「（機器の開発では）化学，物理，電気・電子，ソフトウエア，数学など様々な学問の知見を集めて作ります．つまり，こうした機器を開発する現場では，日常的に異分野融合が行われています．」
>
> 「異分野融合の素地となる場は，大学より企業に，企業の中でもものづくりの現場でより生まれやすいと考えています．そして，それぞれの専門性を持つ人たちによる，チームワークが大切になります．チームワークという面では，日本は欧米よりも本来ずっと得意なのだと思っています．」
>
> 「日本の現場が独創性の発揮を阻害している．そんな先入観を抱いて，闇雲に欧米の手法をまねようとしている動きがあるように感じます．私は，欧米とは違う日本独自の独創性を生み出す手法があってよいと考えています．」
>
> 「異分野連携の場は，忖度し合う仲良しクラブではありません．異なる観点を持つ人同士が

真剣に向き合うことで，一人ひとりの知恵や常識の限界を突破できる場だと思います．」

何らかの達成目標があって，異分野の技術者が集まり協力してそれを達成するという企業活動の特徴は，大学にはないものです．私もまたキヤノンにおいて異分野融合によって製品開発を支えてきました．

このよう異分野融合の「成功例」として象徴的に挙げられるのがマンハッタン計画です．とても皮肉なことです．微分方程式を解くアナログコンピュータである微分解析機の研究をした数理工学者でもあったヴァニーヴァー・ブッシュはMITの工学部の部長を務めた後，戦時下，戦後の科学・技術政策の主導的な役割を果たしました．異分野の研究者を集めてプロジェクトを成功させるというようなビジョンは彼の考えの下で示されたのです．米国はこのようなプロジェクトの成功例をプロトタイプとして保持しているのです．

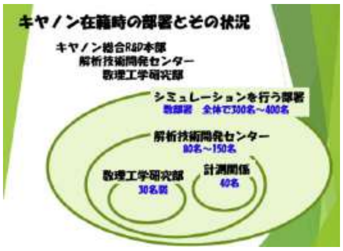
ここで，企業の研究スタイルとアカデミックでの研究スタイルを対比しておきたいと思います[15].

	アカデミック	企業（製造業）
目的	各専門分野の発展のため（パラダイムのため）	プロジェクトのため（製品・サービス開発）
指向	シーズ指向	ターゲット指向
機密性	成果はオープン	成果は機密
メンバ	自由意志で加入可	限定メンバ
評価	内部（ピアレヴュウ）	外部（経営層／市場）
評価基準	分野の発展に価値があるか（論文引用件数・論文インパクトファクター）	経済価値
分野間の融合	・論文になりにくい ⇔ピアレヴィウできない ⇔評価されない	・自由 ・多くの分野に跨る（評価軸が異なる）
研究の時間スケール	・近年：1～2年で結果を出す（プロジェクトは続かない）	・数ヶ月で何かを提示（実は長期的取組可）

	大学での研究	企業のR&D
専門性	尖がった専門知識	鈍だが多様
深耕性	深い（ただし、論文で評価されないものを長期に研究できない）	多くは浅い（論文にはならないが根源的で深いものがある）
テーマ	自由選択（但し、実際は、諸々の偶然に支配されている）	業務としてgiven（但し、どのように仕立てるかには（実力に依存して）自由度あり）
論文	執筆が仕事 論文として評価されないと評価されない・外部資金が得られない	多くは機密・「論文としては面白くない」
人材育成	短期間で教育	終身雇用を前提とした長期にわたる教育が可能かつ必須

第5節．企業での数学活用の在り方

私がキヤノン（株）に在籍した当時の組織は図のようなものでした．　私の属していたのは数理工学研究部という部署で，最後はその部長を務めました．



この部署の役割は，

「最先端のデバイスや材料開発において，市販の汎用シミュレーションツールで計算するだけでは判らないことがあるので，デバイス・材料の物理現象を数学を使って表現することで，物理現象を予測し機能の発現を制御できるようにする．」

というものでした．

私の部のメンバーは，各自が1～3つ程度のプロジェクトに属し，そこで数理の専門家として，プロジェクトの推進の役割を果たしていました．

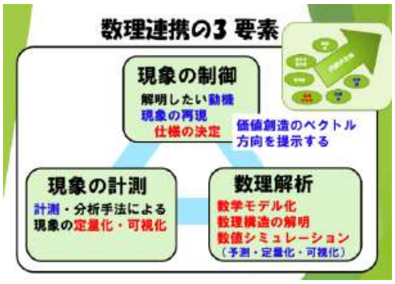
ここで大事なことは，数学はプロジェクトの推進に非常に寄与するが，「数学が単独で成果を出すことは有り得ない」ということです．これが技術の言葉としての数学ということでもあります[18].

5.1 数理連携の3要素

このような数学と現実を結びつける数学モデル化というプロセスを未知の対象に対して実施する際には，「数学」だけでは何もできないことを認識することが肝要です．「数学は役に立つ」として，数学のみで何かを成すことを目指す動きも見受けられますが，ITにおいても，情報工学や情報科学と結びついて初めて価値と言われるものが具現化されるのです．数学と他分野との連携を意識することが肝要です．

ITも含め，現実世界への数学活用において注意すべき点は，数学の枠内には微小量という基準すら存在しないことです．現実との対応を考えるためには，その数学の中に何等かの基準を取り込んでいく仕組みが必要となります．

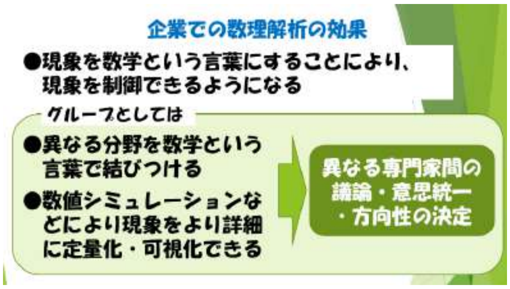
キヤノンに私が在籍していた当時，数学活用の場，すなわち数理科学の専門家が参加するプロジェクトでは，必ず，3つの「部門（研究者）」が異分野融合の一部として関わっていました．



1つめの部門（研究者）は，動機や目的（数学活用の用途）を持った部門（研究者）です．「知りたいこと」「したいこと」などの動機と，現象の制御など「どこまでのことをどう行いたいか」の基準を持っています．また，多くの場合，実施された際の現象を実際に再現する能力も持っています．

2つめの部門（研究者）は，数理解析を行う部門（研究者）です．必要となる数学的知識と，数学的知識により現象をモデル化する能力と，モデル化したものを，数値シミュレーションなどにより数値化する能力とを持っています．モデル化だけをするだけではなく，それにより「どのようになるか？」を可視化，グラフ化，数値化する能力が必須です．

3つめの部門(研究者)は，数学と現実を比較できる技能，つまり，現象の計測を行う技能を持った部門(あるいは研究者)です．数学化されたものが現実に起きるか等，モデル化した現象を検討する能力を持っています．数学モデル化したものの模擬的な実験をしたり，様々な境界条件や物性値のパラメーターの取得等もできる必要もあります．



これら3つの部門が協力した数理連携によって，はじめて「言葉としての数学」が意味を持ちます．3つの部門は，異分野融合の一部を構成します．1つめの部門も異分野融合のプロジェクトの専門家の一つですが，プロジェクトのベクトル方向の方向を提示するという中心的な役割を示します．

こうした数理連携を行うことにより，現象を数学という言葉を通して制御できるようになることが期待されます．つまり，

1. 異なる分野を数学という言葉で結びつけることが可能となります．
2. 数値シミュレーションなどにより現象をより詳細に定量化・可視化し，グループ内で共有できることが可能となります．(共通言語である数学の言葉で記述することで，数学的考察ができ，その結果を現実に反映させることができるようになります．)
3. これらにより異なる専門家間の議論，意思統一，方向性の決定が可能となり，目的とした現象が制御できるようになります．

このような異分野融合が成功していることは驚くべきことです．クーンが不可能であるとしたパラダイム間の通約不可能性が，企業の異分野融合の中ではこのように解消されているのです．通約不可能性が解消される理由は，科学論では議論されない価値判断のためです．この価値判断は，アカデミックとは異なるもので，企業の研究スタイルでの特徴の一つです．プロジェクトが成功されることで評価されますから，プロジェクトの成功はメンバーにとっての内的な動機付けになります．彼らは率先して通訳不可能性を克服しようと努力をします．

これは，ギボンズの提唱したモード論[20]とも異なる理由です．このような企業の異分野融合の現場では，大学での専門性は否定されません．専門を持ちながら，異分野との融合を許容する研究者が望まれます．2つ以上の専門を持つ研究者は望まれますが，アカデミックの持つピア・レヴュウによる先鋭化のフルイの洗礼を避けた研究者が望まれているわけではありません．専門性があいまいな研究者は，異分野融合では専門が生かせないがために戦力とならないのです [3]．

---

[3] ドイツでは2つ以上の専門を持つことが推奨されていますが，日本では専門性を否定した大学教育が推奨されていたりしているように思えます．それは，技術が高度化し高度な専門性が要求されている現状を打開するものとは思えません．

そして，このような異分野融合の場で異分野融合の場の共通言語と成り得るものが「技術の言葉としての数学」ということです．

異分野融合のプロジェクトにおける数理技術者の研究の動機付けの一つは，様々な分野の数学や理論を学ぶ機会があるということです．多くの課題は課題ごとに求められる数学や理論が異なりますので，それを何とかして学び，理解し，ツールとして使ってアウトプットを出さなければならないのです．その過程は非常に刺激的です．2つ目としては，アカデミック等のメインストリームでは誰も扱ってこなかったような課題を数学化できることです．既によく知られた問題で解決できるものもあれば，そうでないものもあります．そうでないものの多くは，誰も扱っていなかった問題であったりします．この新たな現象の数学化では，深い自然観と直結することが多いため，数理技術者の内的な強い動機付けとなります．誰も言葉にしていなかった現象を数学で記述することの喜びです．小ぶりであれ，自分の理論体系を構築できるのです[4]．恐らくは数学でも一分野に留まることは稀であろうと思っています．これらの多くは機密の問題もありますし，審査できる審査員が不在のために，論文になることはまずありません．しかしながら，アカデミックでは決して得られない深みです．論文による評価がないために，企業で行われる数学は低級なものであるという誤解が，アカデミック，特に後で述べるように人的流動性が少ない日本のアカデミックに強くあるのはとても残念なことだと思っています．

5.2 産業現場で，対象を数学で表現するとは？

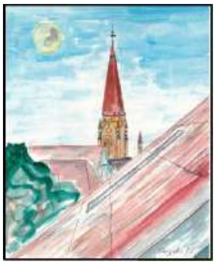
技術の言葉としての数学の特徴は，ターゲット指向であることです．
まず，行いたいことがあり，それを上手く機能させるために数学があります．「表現したいものに対応して手段を選択する」ことが最大の特徴であると言えます．

例えば，乾いた空を背景とするボストンの街並みを表現したいときに，それはペン画や水彩画がよいのか，油絵のようなペインティング系がよいのかという検討が必要です．

近代的な建物と，古いドイツの建物との場合で表現方法は変更してよいものだと考えます．表現したいもの，対象から受ける印象，どの部分を強調したいか等によって，その表現方法を選択するべきものと考えます．

---

[4] そのような問題は数年に一度程度出会うかどうかという非日常的な問題かもしれませんが，数学的な課題を企業の現場で取り扱っていると，必ず出会うように私は思っています．

何を表現したいのか，また，何の目的のために，それを表現するのか？用途や文脈の中でそれらの手法は選択されるべきなのです．

富士山を表現するなら，ましてやそれを海外の研究者に共有するのなら，日本画的なものである方がよいかもしれません．

洋画家は洋画しか書きませんし，日本画家は日本画しか書きませんが，そのように，手法やスタイルが先天的に定まった洋画家や日本画家が描くものとは，上記の状況は大きく異なっているのです．

手法を選ぶ前に，表現したい対象に着目して，それに応じて手法を定めるのです．手法やスタイルに拘っていては，対象の本質を抉ることはできません．このような考え方は，広告などの企業の現場にあるもので伝統的画壇や古典的な美術教育にはない考え方です． 広告の例であれば，日本画風に仕上げたい場合は，日本画家に発注すればよいのです[5]．表現したい手法を持った専門家を選択する力があり，そのような専門性を持ったプロが存在すれば，この問題は解決します．

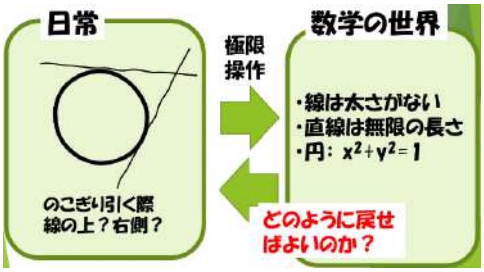
技術においても同じですし，技術に関わる数学でも同じです．大学の尖った専門知識を持った専門家を適切に選択し発注する力があれば，企業ですべてを自前でやる必要はありません．他方，例えば，「応用数学」というある時点で応用に寄与したと認定された数学分野を行っていても，それが常に現場の問題に適用するかどうかも判りません．

日本画画壇の中では日本画を， 洋画画壇の中では洋画を研究・表現することが求められるように，アカデミックの中では数学の各分野の分科会の中で認知され評価されるよう各分野の研究を行うことが求められます．それはクーンのパラダイムの構造由縁のことです．しかし，技術が発展した近年，数学のある分野のみで，技術の課題を表現できるわけではありません．解析学も重要ですが，代数や幾何が重要になることもあります．逆に幾何的な課題に対しても解析手法が適切な方法であったりもします．何が最も適切な手法であるかは，課題を持った者，つまり企業の研究者のみが理解できるのです．そのことは第7節で説明をします．

[5] 美術大学などでは既にこのような考え方に対応しているように思われます．

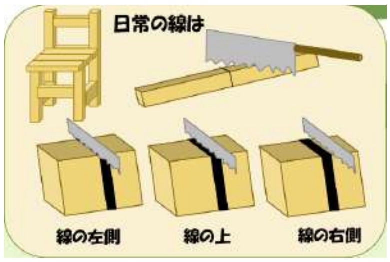
第6節. 技術の言葉としての数学の特徴(フラクタルの例)

晩年, フッサールは先に述べた「ヨーロッパ諸学の危機と超越論的現象学」[9]の補遺として「幾何学の起源」を記しました. この「幾何学の起源」において, 幾何学が測量技術者の言葉の極限操作として得られたことを示しました. 鈴木俊洋は「数学の現象学」[19]においてワィエルシュトラスやカントール, デデキントとの関係を論じながらフッサールの数学的思考を検討し, その中で, 「技術からの数学」に関して詳細に考察しています.



ここでは, 産業現場での言葉としての数学の立場で「技術からの数学」について考えてみます. フッサールが述べるように「幾何学が測量技術者の言葉の極限操作として得られた」とすると, それを再度日常生活の理解に援用するためには極限操作というものをどのように考えればよいのか？という問いについての考察です.

例えば, 日常における線には太さがあり, 線の右側にノコギリの刃を入れるか, 中央か, 左側かで椅子がうまくできたりできなかったりします. 太さがないものに太さの概念を付随させることには困難があります.

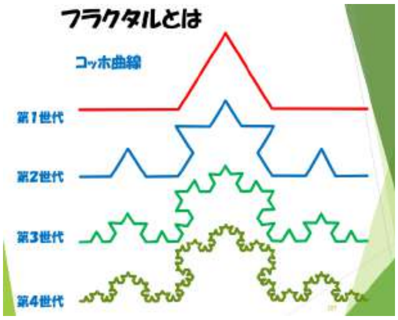


これは一つの専門領域(一つのパラダイム)で研究者人生を終えるアカデミックでは出会わない困難さかもしれません. 例えば, 1nm が小さいと考える分野では, 1nm 以下は無視する事を暗黙の前提としますし, 1km が小さいという学問分野では, 常に, その事実は暗黙に定まっています. 従って, 何かの領域を区別する際の境界線はその微小量の太さを前提とします.

他方, 異分野融合の場では, 異なる常識(パラダイム)を持つ者が集まり, あるベクトル方向のプロジェクトを実施するために, 明示的に差異を理解しなければなりません. これは所謂 ε－δ 法の ε (あるいは δ)を用途に応じて定め, 共有することに対応します. 実際, 田口玄一が提唱し, 海外ではタグチ・メソッドと知られている品質工学[21]においては, この ε－δ 法が工学的な言葉で述べられ, 生産の現場で活用されています.

この数学の世界の結果を現実に反映する際の考え方を, フラクタルと海岸線, 加えてそこを通る道路を例に考察します[22].

数学においては微小という概念がありません．どこから以下が小さいという視点がないのです．フッサールがは「幾何学は測量技術者の極限操作」と述べましたが，極限操作をした言葉を現実の対象に適用するためには，この逆の操作をしなければなりません．そのことをフラクタル図形を例に考察します．



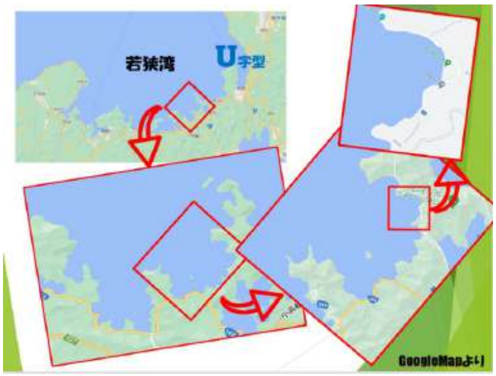
フラクタル図形の典型的な例として，コッホ曲線というものがあります．第一世代という基本系を縮小して第一世代の各辺に埋め込ませる（置き換える）ことで，第二世代を構成し，その第二世代の各辺を基本系を更に縮小したものと置き換える，という操作を無限回繰り返して得られる図形（∞世代のもの）です．その長さは，各世代，1世代を増すごとに，4/3 倍となるために，∞世代では∞の長さを持つことが知られています．

このフラクタルを発見したのはマンデルブローですが，彼は海岸線の弧長の研究によりこの幾何学的な概念に到達しました[23]．従って，リアス式海岸はこのフラクタル図形の典型例として挙げられます．フラクタル図形の一般の定義は容易ではありませんが，無限大の性質を活用して，ある部分が全体と相似であるということで定義されます．所謂入れ子状の幾何です．

現代数学の特徴ですが，数学には微小という概念が内在しません．正確にいうと「何か」をもって微小と評価すると際の，その「何か」という概念がないのです．そのため，入れ子状の幾何を定義する際にも，どのスケールでも（どんなに拡大しても）同じ形状のパターンの繰り返しとして定義されます．フラクタル図形であるコッホ曲線も極限操作により構成されるのです．

ところで，福井県の若狭湾は入れ子状の図形の特徴を持っています．その海岸線はフラクタル図形によく似ています．

フラクタル図形はコッホ曲線のように，その弧長は無限になることが知られています．ならば，この海岸線に道路を通すと「その長さは無限になるのか？」という素朴な疑問がわきます．



答えは当然 No です．ところがその様子は，フラクタル図形から現実の海岸線がズレるものより遥かに恣意的に有限であることが判ります．つまり，高速道路と，国道，県道，一般道で，その道路の長さが異なるのです．

Google マップで眺めてみると，高速道路は，その曲率半径が細かくならないように，海岸線から随分離れたところを通っていることが判ります．他方国道は，それよりも海岸線側を通りながらも，やはり海岸線から距離がある凸凹に入り込まないように建造されています．県道はそれより海岸線側を細かく通るのです．遊歩道は更に細かい

ところを通るということも調査することなく推測できます．

これは，丁度，コッホ曲線の世代に相当するものです．第1世代を高速道路に割り当ててみると，国道は第二世代くらいに，県道はもう少し細かい第三世代に相当するように建造されていることが判ります．

自明なことですが，高速道路を通ると目的地に早く着くのは，高速で移動できるからだけではなく，距離が国道より短いからです．高速道路で渋滞にあっても，無暗に高速道路に降りてはいけないという理由は，このコッホ曲線の考察から判ります．

ここから学ぶべきは，極限操作された数学を現実の建造物に適用する際には，用途に応じて，経験的にそこに微小量を導入しているということです．高速道路の速度と操作性により高速道路の平均曲率半径は自然と定まり，その半径は国道のものより長いことも自明に判ります．そして，この平均曲率半径を微小量として，それを基に，フラクタル的なリアス式海岸の形状を緩やかなものに置き換え，道路の形状は定まっているのです．それぞれの用途に応じて，微小量を定め解像度を決めその形状が定まるということです．（もちろん，地形の凹凸も考慮しなければなりませんが，ここでは省略しました．）

この道路に関する検討は，フッサールが考えた「極限操作」の逆の操作を，適当な微小量を導入することで，我々は日常においてすでに行っているということを意味しています．更に，その微小量はそれぞれの用途（仕様）により，恣意的に定まっており，それは数学の枠組みの中には存在していません．微小量が数学の枠外から定まるのです．このことはとても重要です．

前述した数学連携の三部門において仕様を決める部門が必須であったのは，この事実に対応します．小さければ小さい程よいとか，厳密であれば厳密である程よいという発想は，日本人にあり勝ちですが，詳細はここでは省きますが，オーバースペックは様々な意味で弊害を生みます．

同様に，極限操作によって得られた数学を現実の問題に適用するには，常に逆の操作を意識する必要があります．その際，用意される基準は，日常側（技術の適用の際の要望や仕様を提示する側）にある「用途」や状況の中で定まります．そういうことを認識すべきなのです．

「数学と技術」を論じる際に，数学が言葉であるという事を加味する必要があります．大野晋が「しかし，事実の文脈の中で，話し手が事柄をどう扱い，相手に向かって，どう表現しているかに十分の注意を払いながら，その使い方を吟味しないと，適切な理解ができないことが多い．」と述べたように，数学も文脈の中で考えなければなりません．つまり，数学内の無矛盾性など言葉の内部での厳密性は重要ではありますが，「生活世界」（あるいは技術）の言葉として数学を使う段になった場合には，その用途で何が適切なのかを「数学外」の基準で吟味しなければなりません．何が微小量

なのか，何を無視するのか（同一視するのか）を，用途・目的に応じて判断し，数学的に得られたことを解釈し，現実に適用するのです．

第７節．企業における技術の言葉としての数学の特徴 （事例紹介）

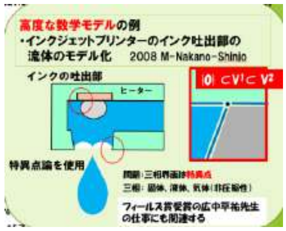
企業の研究はターゲット指向であるという話をしました．そのために，どのような数学を使うべきかは先天的に定まっていないことは先に強調した通りです．幾何的な対象だからと言って，幾何学がよいとは限りません．解析的な対象だからと言って，解析学のみでよいとも限りません．

デカルトが虹の研究で精密な焦線を議論できたのは，代数的な取り扱いを幾何学に導入したからです．フッサールは「代数的計算においては，幾何学的意味はおのずから斥けられる」と述べていますが，代数計算により，より抽象的に幾何学が取り扱えるようになったのです．幾何を幾何のまま取り扱っていては，焦線を数学的に取り扱うことは困難でした．デカルトは幾何と代数（算術）を融合しその課題に取り組むことで，困難を乗り越えられたのです．

対象と用途に適した言葉を導入し記述するという行為は，デカルト，オイラー，ガウスらに共通する秀でた特徴であり，当然，これらは見習うべきです．以下，それに関する例を挙げます．

７．１ インクジェットプリンターと特異点論

インクジェットプリンターのヘッドの物理的なシミュレーションを行う際の数学モデル化に関する例です[24, 25]．これは，特異点論を使いました[26]．液体・気体・固体の三相界面を如何にモデル化するという話題です． 実質的には，2000 年頃に検討した話です．幾何学的な話題ですが，フェーズ場モデルという解析幾何を活用してモデル化をしました．更に別の物理モデル（物理的な機構や性質）も付与するため，幾何学的にはロバストなモデルであるフェーズ場モデルを活用しました．その際，特異点論の考え方を導入してエネルギーの評価を行ったのです．このような分野を跨ぐ研究は大学ではできないものかもしれません．特異点論は，幾何学でも少し手の込んだ研究者が手掛けるものですし，他方，フェーズ場理論などは，数値計算屋が主に研究しています．



[25]の特許を執筆した 2002 年の時点では特異点論に関して言及していません．当時はまだ特異点論の言葉を数学的に明確に操れるようにはなっていませんでした．しかし，基本的な部分はつかめていました．既に，電子放出素子の研究において特異点論の現象に出会っていました．電子放出素子のような連続的なパラメーター付きの光線の

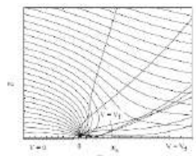


Figure 2: Electric field in the xz-plane and electron trajectories calculated by Monte-Carlo ray tracing method

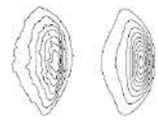
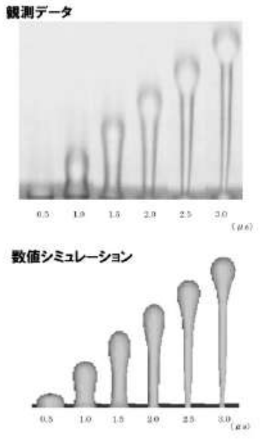


Figure 3: Beam spot pattern ; calculation(right) and experiment(left) when [illegible]

軌道においては焦線という現象が必ず起きます．そうした焦線という特異点論で議論される現象に，その軌道解析を通して出会っていたのです[27]．そのトポロジカルな性質などの特異点論を数理物理枠内で勉強していたので，数理物理の枠内では特異な幾何学は十二分に理解していました．しかし，三相界面の数学モデル化を，数学的にきっちりと言及するためには，数学の言葉を探し出し修得をするための時間が必要でした．

その後，私の個人的研究テーマであるワィエルシュトラスが手掛けたアーベル関数論を通し，ヤコビ多様体内の特異部分代数多様体のフィルトレーションを取り扱うために，特異点論の手法を純粋数学の枠組みで勉強し，論文を出版できるレベルになりました[28]．それらの知見を活用することで，数学的表現[26]ができました．つまり，2000年に行っていたことを[26]で数学的に認識できるようになるのに10年を要しました．ここで使った手法は特異点論でも極めて初等的なものでした．が，それなしではこの手法の正当性は完全に表現することはできなかったと考えています．数学的に記述できるようになると，理論の適用限界なども自ずから評価できるようにできますし，専門家と議論することも可能となりました．



ながれ 24(2005)603－608.

また，このモデル化により素子が設計できるようになりました．実際，キヤノンではこの手法を活用して，インクジェットプリンターが開発されていました[29]．現在も同様の手法を使っているものと思われます．

7.3 ナノ材料とパーコレーション

次に，レーザービームプリンターや複写機に関わる例について紹介します． ある機能性材料の物性を，ナノ微粒子を活用して制御しようとするものです．その設計指針を数学を活用して提示し，より高性能なものを構成しようとしました[30]．

ここでも，擬等角写像，フラクタル，パーコレーション，数値計算など，様々な手法を活用しました．実は2005年頃に，取り組んでいた電子放出素子の素子形成の解析において，この課題に出会っていました．一部数値計算をベースとしていますが，2015年の時点でのベストアンサーを提出するまで，10年という期間を要しました．この10年の間，ほぼ3ヵ月に一度，それぞれ時期に微妙に異なる課題（テーマ）を解決するための指針を提示し続けていました．つまり，主に数値計算とその結果の理論解析によって，小さな結果は常に出し続けていたのです．対象を数学の問題としてモデル化し，それを数学の世界で考察し，どのようにすれば目指している機能を実現するかという指針を出し，個々の課題の解決に貢献しました．幾つかは極めて大きな効

果を上がました.

しかし，この問題の核心に挑むには時間が掛かりました. 所謂統計物理でのパーコレーション理論の理解だけでは，目的とする課題解決に辿り着けないことを，ある時点（早い時期）に見抜きました. 1970年から1990年代に，極めて性能の悪い計算機での数値計算といわゆる理論解析で得られた結果は，対象とする課題には何の役にもたちませんでした. 伝統的な数値計算の数学モデル（素直に微粒子サイズより小さなメッシュサイズに分割するモデル）と，2000年代の計算機で基礎から計算し直した大規模数値計算の結果は，実験グループが行った実験データとつじつまのあうものでした. 他方，数多ある材料系の関連する論文の幾つかは，対象とする課題に関しては，数値計算結果や実験データ結果と矛盾するものもありました. 性能の悪い計算機で計算できるようモデル化をした古い計算結果やそれに基づいた理論の多くは何の役にも立ちませんでした.

そこで厳密に示せることのみを示すことができる現代数学を活用した定式化が必要と考えました. 特に，測度論に立脚した厳密な確率論が必須と考え，確率論から学ぶことを選択しました. 数年間かけて確率論を勉強し，点過程の初歩も理解できるようになりました.

重要なことは，素子が微細化していく中で，いわゆる熱力学的極限のような微粒子数Nの無限大の極限は，現場の問題としては幾分重要でなくなっているということです. 統計物理でも，確率論でも，通常は微粒子数の無限大の極限を取り，そのユニバーサリティや均質化を議論してきました. しかし，技術の現場では，そのような概念自体が破綻していることに気づいたのです. このような現象を明確に記述する概念や言葉がありませんでした.

そのような背景の下で，目の前にある数理的対象を如何に言葉にするかというのがその当時の課題でした. その課題を解決するためには，厳密性のある数学の言葉（数学での確率論や点過程，擬等角写像など）で何が言えて，何が言えないかを明らかにすることが必要でした. そのために，現代数学の枠組みでの確率論を研究室の若い同僚と勉強し始めたのでした. 使えそうな言葉として，点過程（広くは確率論），Γ収束なども勉強しました.

そのようにしてできた論文が[30]です. 論文化できたとは言え，まだ，その本質を概念として明確に提示できたわけではありません.

何を示せば現象の本質を表現できたと言えるのか？　この問題は，確率論的に与えられた事象を境界とする境界値問題です. 確率論と解析の両方に関わるものです. 結果はある種の幾何学的な特徴を示しているので，広い意味の幾何学とも関わります.

確率論では確率的現象を取り扱いますが，その上の解析学に言及することは極めて稀です. 他方，解析学でも，確率的な事象を境界値とする問題を取り扱うことはほぼありません. 解析学と確率論に跨った問題は取り残されています. 所謂，数学の中のパラダイムの通約不可能性です. しかし数学を厳密には使わずに構成された統計物理の枠内では，どこまでが真でどこからが微妙な事実であるかさえ判りにくくなるのです. そこで，厳密性のある数学で表現することにしました.

このような問題の背景には，現実の技術において，従来中心的課題とされた均質化やユニバーサリティという概念が，素子の微小化などの変化により，ある状況では中心的役割を果たさない場合が生じていることがあります．このように，時代の変化とは無関係に推進される数学的興味として提出される数学的考察は，数学としての重要性は失いませんが，技術の方向とはマッチしなくなるのは仕方ありません．構造上の問題です．

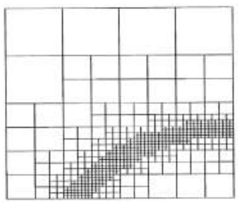
フォン・ノイマンは「The Mathematician」[31]の中で

> 「数学の学問が経験的な源から遠く離れると，あるいはさらに，「現実」から来るアイデアに間接的に触発されただけの第二世代，第三世代であれば，非常に重大な危険に悩まされることになる．ますます純粋に美学的になり，ますます純粋に「芸術のための芸術」になってしまうのである．このことは，その分野が，より経験的なつながりの深い，相関する主題に囲まれていたり，その学問が，特別に発達した趣味を持つ人々の影響下にある場合には，悪いことではありません．しかし，対象が最も抵抗の少ない線に沿って発展し，源流から遠く離れた流れが多数の取るに足らない枝に分離し，学問が細部と複雑さの無秩序な塊になってしまうという重大な危険があるのだ．つまり，経験的な源流から大きく離れたところ，あるいは「抽象的」な近親交配が行われた後では，数学のテーマは退化の危機に瀕しているのである．最初のうちは古典的なスタイルが多いが，バロック的なスタイルになる兆しが見えたら，危険信号である．例を挙げて，バロックや超高度バロックへの具体的な進化をたどるのは簡単だが，これもまた専門的になりすぎてしまう．」

と警告をしていました．深刻か軽微かの判断は分かれると思いますが，その兆候の一つであることは疑う余地はありません．[30]のような現象を数学的にとらえ，表現する言葉（概念）を構築するということは今後の課題であると考えます．

7.4 様々な情報科学的な発明

数値計算を実施するために，ホモロジー代数を活用したメッシュの生成アルゴリズム[32]や，圏論を活用したクラス設計手法[33]など，様々な発見を行いました．



第８節．企業における技術の言葉としての数学の特徴と今後の課題

「企業における技術の言葉としての数学」の特徴を少しまとめておきます．

1．　対象や用途によって，手法は選択される（手法ありきでは NG）
2．　数学の中でも様々な数学を融合して活用するのが基本である
3．　数学の論文誌に掲載されにくい研究テーマが多い（レフリーできる人がいない）

4. 数学はそれだけで何か役に立つものではない（プロジェクトの一つの要素にすぎない）
5. 用途や仕様に応じて，微小量などの数学での基準を，数学外の判断で決定して，数学を適用してゆく．（数学と現実の乖離を認識する）
6. 数学と現実との乖離を認識しながら，対象を数学化し，数学的な枠組みで考察を行った後に，その結果により現実を解釈・制御する操作により，技術の進歩に効果的に貢献できる．（雛形はデカルトの幾何の代数化による幾何光学の研究）

この特徴を考えると，数学活用は，低迷していると言われている日本の製造業の救世主となり得ると考えています．そこで，「如何に現場で数学を活用できるようにするか？」について考察をしたいと思います．

数学活用を現場で実現するためには，

・現場の課題をよく理解し

・言葉としての数学を，用途に応じて，操れることができ，

・必要に応じて数学を学び適用できる

人材を育成することに尽きると考えています．

数学を言葉として捉えると，言葉を使って扱う内容を持っていなければなりません．例えば，外国語を学習しても，話す機会や話したい内容がなければ習った語学を使うことはありません．まず，表したい対象や話したい対象を持つことが重要です．その上で，語学と同様に言葉を，数学を操る能力を磨くべきなのです．

それは，「りんごが4つ，みかんが2つ，ぶどうが2房と1粒ありました．くだものは何個ですか？」という問いに対して，状況に応じて現実的に対応ができる人材でもあります．

欧米に比較して，人的交流が少ない日本では，企業とアカデミックの両方を知る人材が極めて少ないのが現状です．社会的リーダーや企業の管理職の中にもあまり居ません．そのため，上記の要請に対応した人材育成は困難を抱えていると考えています．その事を，数学と企業の対比より，もう少し広い，高等教育と企業の対比として考察します．

8.1 アカデミックと企業との人的交流の現状 （欧米との比較）

日本と欧米との比較を行い，今，何をしなければならないかを述べたいと思います．

ここまでの考察に従えば，パラダイムやスタイルに縛られたアカデミックは必ずしも万能ではありません．だからと言って，専門性やパラダイムを否定したモノをアカデミックに求めることも正解でないことも指摘しました．

ここで言う専門性とは，異分野融合の場での専門性です．分科会レベルの違いは抜きにして，物理学会，化学学会，数学会というような学会に属していれば，それぞれを物理，化学，数学の専門家であるという程度の専門性です．異分野融合においては，各分野の専門教育を通しそれぞれ

の専門性を伝授された研究者が集うのです．

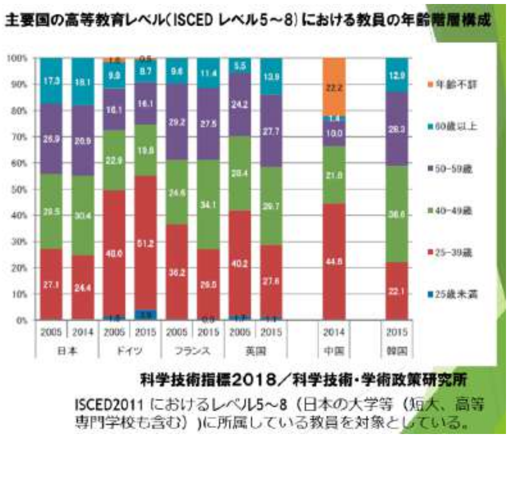
その上で，各研究者は各分野の最小分科会程度の細かく尖った専門的知識を持ち合わせているということも大切です．そういう少し広いレベルの専門性の代表者と，自分の尖った専門知識を取り扱う専門家，二つの顔を持ち合わせる研究者が必要なのです．そのような異なる分野の研究者が寄り集まり，忖度せずに，課題を解決するのが，異分野融合というものです．

数学者も，数学全般のぼんやりとした知見と，解析分野や幾何分野の中のより狭い尖った専門性に基づく知見の両者を持つことは必須です．

後者の尖った専門性の知見は重要ですが，それが異分野融合の場での課題とマッチするとは必ずしも限りません．それでも尖った専門的知見を持った経験は必要なのです．尖った研究の経験を通して，解析方法やデータのハンドリング，論文・書籍などの過去のデータや知見の取り扱い方，式の評価の仕方などの手法を会得できるのです．それらの手法は，多くの類似の専門研究と共通点を持ちます．逆に言えば，各専門でのピア・レヴュウによる論文審査の洗礼も受けていない研究者は高度な専門性を持った専門家と言えないと考えています．

尖った研究方法を獲得した研究者の能力が社会へ還元することが必要ですが，人的流動性が低い日本では欧米に比較して大きな困難を抱えています．ここでは，そのことをまず俯瞰します[34]．

科学技術指標2018／科学技術・学術政策研究所発行の「主要国の高等教育レベル（ISCED レベル 5〜8)における教員の年齢階層構成」[35]を眺めましょう．ここからは，2005 年と 2015 年の高等教育レベル教育機関に属する教員の各年齢層がどのように変化しているかを読み取ることができます．重要なことは，25〜39 歳の年齢層が，10 年後 40〜49 歳の枠にシフトしているか否かです．年齢区間の違いを考慮に入れてですが，シフトしていれば，彼らは高等教育レベルの教育機関にそのまま残っていることを意味します．もちろん，多少のメンバーの入れ替わりはあるとは思いますが，日本はその通りになっています．ほとんど 2015 年の年齢構成は 10 年前に決まっているのです．



他方，ドイツ，英国では日本と異なり，そうはなっていません [6]．つまり，外に出て行っているということです．外とは海外と見ることもできますが，ある程度は民間企業を含む社会と考えるのが妥当です．これは，これらの国において，25〜39 歳の年齢層の大学教員がその後，民間企業など社会に出て行け

[6] フランスも日本と異なる傾向を持っています．

るシステムや文化があることを物語っています．

高等教育レベルの教育機関の価値を理解した者が，民間に出て行ける社会であるということは，民間から高等教育レベルの教育機関に戻ってくる割合もある程度期待できます．戻ることができれば，企業の研究スタイルを知った者が，アカデミックにも少数であってもある程度存在することを意味します．そのうちの幾割かは社会的なリーダーとして，社会をリードできるということです．

8.2 アカデミックと企業との人的交流の日本の現状と解決の糸口

ここで，日本の現状に目を向けると更に，日本の危機が鮮明となります．日本では，現在でも，産官学のプロジェクトの場で，企業経験が全くない研究者（企業との共同研究をやったことがある，とか，インターンシップに参加したことがある程度）が，企業側の代弁者を自任して，発言する場面が往々に見られます．企業経験者が皆無の会議においては，「アカデミックは上流で企業は下流」という合意を前提に議論が進みます．[17]に述べられたような異分野融合の発想を見ることはまずありません．企業研究の内情は想像の域を越えませんので，その背景に企業課題などはアカデミックの手にかかれば片手間に解決できるだろうとする偏見がないとはいえません．

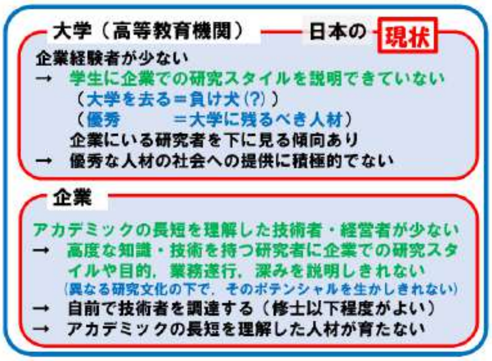
科学技術について政策的議論をする見識者の中に，論文にならない研究の社会的価値を認識したリーダーが不在なことは最大の問題です．国別の科学技術を問う場面で，論文のサイテーション力の差異を持ち出した議論などは，「論文にならない技術＝低級」という誤った理解です．官民の高低や企業の技術者は大学より低級とする意識の露呈にすぎません．人的交流が少ない中で，ミスリードをしているとしか思えない状況を自ら認識できる人材すら欠如しているのです．

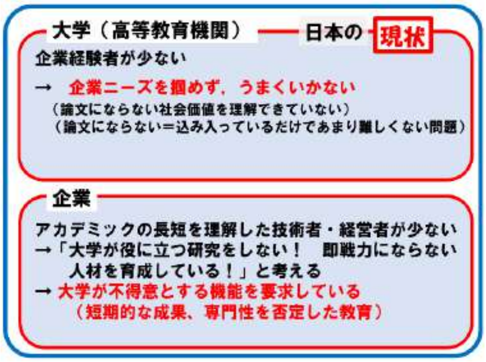
実際に現在，技術に関わっている研究者の意見を傾聴するという姿を，大学ではあまり見かけません．企業の意見の傾聴といえば，アカデミックに近い企業研究所の若手の意見など，企業の現場を知っているとは思えない人材の意見や，経営層の意見を聞くことに留まっており，企業の本当の現場をアカデミック側は知ろうとはしているようには思われません．

また，「大学は企業の問題を解決してあげる」という立場で，産官学連携がなされていたりします．上記の考察から判るように，余程，企業側の技術者が課題の本質と対応する大学の専門性を認識し，大学の専門分野にマッチした問題として切り取りでもしないと，十分な成果は得られません．が，多くの場合，課題を解決した研究者がより称賛され勝ちです．共同研究をすることで「大学の研究レベルの方が上位である」という誤解が生まれるのもこのためです．上記の考察，特に絵画の高校に関する例において，よい表現方法の作品を得るためには，企業側が課題を認識し，専門家に発注することになります．その作品がよい表現方法になるか否かは，発注時点でどの専門家を選ぶかによって方向性が定まっているということです．技術の場合も同様です．企業側の技術者が大学の専門性をよく認識し，大学の専門分野にマッチした問題を上手く切り取ることが必須です．つまり，大学との共同研究の結果は大きな歯車の中の一つのピースにすぎません．つまり，問題を解くことは称賛されるべきことですが，切り取った側の能力の方をより称賛すべきなのです．問題として切り取る方が遥かに困難です．共同研究は，共同作業ですが，大学側からは本の一部のことしか見えてきません．それにも関わらず，共同研究をたくさん行ったから「企業の研究スタイルをよく判って

いる」というような言動がアカデミックでは平然と流布されています．この言動の不正確さを理解できる研究者がアカデミックに極めて少ないということも残念なことではあり，ミスリードを誘っています．

もちろん，「優秀な学生は大学に残り，そうでないものは企業に行けばよい」というような雰囲気が，





大学だけではなく，企業にも社会にも多く残っていることも事実です．そのため，社会，特に，企業の経営層は，「大学が優秀な人材の宝庫である」という過剰な思い込みを持ちがちです．個別の技術課題よりも，一般論を問われる際に，大学を万能な特効薬だと考え，その社会利用として大学にとって不得意な事を求めていたりするように思われます．これが，更に悪循環を生んでいるように見受けられます．

また，企業側も，高度な教育を受けた研究者の受け入れをためらっていたりするようにも思われます．企業の研究の価値や企業の研究スタイル（文化）のアカデミックとの差異を，長らくアカデミックでのみ研究を受けた研究者に，平たく説くことのできる管理者（管理職，サブリーダーレベルの者）が存在しなければ，高度な教育を受けた研究者の受け入れは難しいのです．労働寿命より，技術革新による技術プロジェクトの寿命が短い時代に，細かい専門性に拘泥されては困るというのが本音だったりします．ある分野の専門家として採用された研究者が5年後に異なる専門分野の業務を行うということが企業ではよくあることです．特に人的流動性の低い日本では，業務内容の変更に寛容であるか否かは，人材登用の際の重要な項目となります．

異分野融合を前提として，求められている専門性はもう少し領域の広いものであるので，微妙な専門性の違いは重要ではありません．また，個々の細かい専門性というよりも，企業では（異分野融合の場では），課題解決能力に長けた者が求められていることの方が多いのです．これは，パラダイムの考え方とは相容れません．ましてそこで長く過ごした研究者にとっては「専門性よりも課題解決能力が重要と言われる」と屈辱的な要請のように思えるかもしれません．

その事実を，高度な教育を受けた研究者に，平たく粘り強く説くことは必須と思われます．その上で，異分野融合の場で得られる科学や技術の知見は，決してアカデミックで得られるものに見劣りしないばかりか，遥かに凌駕するものであることを説くことです．（複合的ではありますが，少なくとも，平均的な博士1年程度が書く論文などより遥かに高度なものです．[7]） 欧米のように，すでに，高度

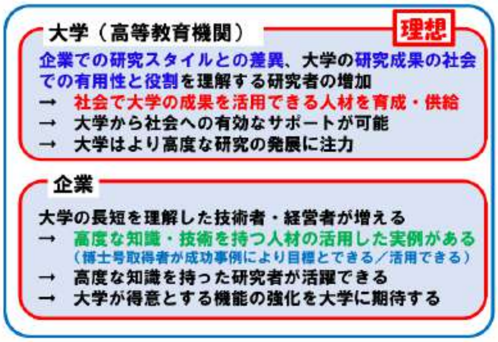
---

[7] もう少し明確に言えば，企業のキーテクノロジーに関しては，アカデミックと企業の技術力の差は歴然

な教育を受けた研究者の成功例が企業内に存在するならばそれを一つのモデルとして，どう対処するかが判ります．日本の社会ではそのような文化が醸成さているとは言えません．日本では企業研究者に対する尊厳がなく，「大学に残れなかった者」というネガティブな考え方もある状況です．その中で，管理者（管理職，サブリーダーレベルの者）が説明し，研究者が違和感を持つならば，納得するまでその問題をケース・バイ・ケースで解決するしかないのです．管理者の力量が試されている状況です．この認識を社会全体が持つべきと考えています．

間違っても，博士の数を倍増すれば，なんとかなるというような主張は，私は誤りだと考えています．

しかし，何はともあれ，理想状態として，アカデミックが，企業との研究スタイルの差異や大学の役割をもう少し適切に理解できるようになり，また，企業が，高度な教育を受けた技術者を受け入れられるようになると，好循環が生まれることも明らかだと思います．



2000年以降の日本の低成長の原因の一つが，そうした人材の活用がうまくいっていないことにあることは明白です．技術が高度化している中で，高度な研究手法を学んでいない研究者や専門性の低い研究者だけでは，既にそうなっている欧米や韓国と比較して，新たな技術が生まれる確率は低くなることは自明なことだからです．また，**異分野融合のやり方を知らない人達が集まっても**，欧米の真似や**新規を主張できる論文**等は生み出せても，**進歩性のある技術**が生まれる確率は低いことも事実と思われます．少なくとも，企業での異なる分野の専門家が集まって異分野融合を経て技術を作り上げて行く姿を知る者にとっては，当然なことのように感じます．

従って，広くは高等教育を受けた研究者が企業で活躍できるようにすること，本話題に関してみれば，数学をできる研究者が企業で活躍できるようにすることが必須です．

そのためには，企業は，高等教育を受けた研究者や数学を操れる研究者を採用し，各現場で活躍できるようにするべきです．しかし，その状況に移行するためには，文化の違いを理解し，彼ら／彼女達をマネージメントできる管理者（管理職，サブリーダーなどの）人材が必須なのです．

としています．論文になっているものと，あまりに重要なので論文にしない技術（それは他社の製品などを通しても推測される技術ですが）との差は比較になりません．このような事実は公になることは稀なので公知されることはありませんが，日本の社会，特に日本のアカデミアでは，各企業にはそのような技術が存在し，技術が成立していることを認知できていないように思われます．例えば，米国の HP(旧 Hewlett-Packard)社などのプリンティングの技術は非常に高く，緻密で学術的にも深い知見や理論に裏付けられていると思われますが，論文になったものは見たことがありません．

高度な技術を理解し，マネージメントできる管理者人材は，少なくとも若いときに技術者・研究者であったはずです．そのことを考えると，まずは，大学と企業の違いや，数学と現場の課題の両方を理解した人材を，企業側にまず育成するのが第一のステップです．（企業研究者は，少なくとも学生として大学文化に触れた者ですので，幾分かは大学の文化も理解しているはずです．）人的交流がない中では，言葉によってその違いを理解し，乗り越えるしかないと考えています [8]．オブラートに包んだようなものではなく，企業とアカデミックの優劣ではなく，その特徴やシステムの差異・長短を俯瞰的に理解し，うまく利用することが求められています．そのような事実を理解した技術者，研究者の幾割かは10年後，両者を知る管理者・経営者となるのです．急いでいるからこそ，遠回りが必要です．

8.3 産業での数学活用人材の育成に向けて

再度，話題を数学活用に戻しますが，数学活用が企業においてうまく機能するためには，企業の課題を理解している（特に中堅に以上の）研究者の数学の学びのサポートすることが重要です．

- 現場の課題を既によく理解した人材で，
- 言葉としての数学を，用途に応じて，操れるポテンシャルを持ち，数学を学びたいと考えている人材に対して

数学を学ぶ機会を提供するのです．そのために私は[15, 21]を書きました．

コロナ禍のオンラインコミニュケーションの普及のお陰もあり，現在，SNS を通して，企業の研究者が独自にコミュニティを形成し，数学の学びを行っています．アカデミックに過度に頼らない自学の体制を自ら構築しています．これは 10～11 世紀の大学の成立に類似した状況です．これらの動きを社会がサポートすること事はとても大事だと思っています．個々の課題は現場の研究者しか判らないのですから，最前線の彼ら／彼女達の知識の向上を通して貢献することが最良であろうと考えます．（私もそのような会で話をさせて頂くことができました[36]．）

パラダイムや企業の壁を乗り越える社会的ムーブメントを後押しして行く時期に来ていると考えます．数学が万能の技術の言葉であることは普遍的な事実です．数学はこのようなムーブメントの中心的役割を果たすことが可能です．業種や分野に異存しない共通課題として取り上げることが可

[8] 高等教育を受けた研究者（本論では数学者）で既に，企業の現場に送り出された第一世代はよいプロトタイプがいないがために苦悩をしていることも予想されます．その場合も行っている業務の社会的価値や学術的深さを外部から何度も伝えることが重要と考えます．状況によっては，例えば，フォン・ノイマンが指摘した些末な新規な研究などよりも遥かに社会的価値があることなどを早期に自覚できるような状況を社会が作ることはとても大事だと考えています．

能だからです．そうして，数学的思考が，企業の現場で根付くようになると，進歩性も伴った新たな技術が生まれる確率が大きく向上するように考えます．

また，数学を通して，企業の技術者や研究者が，アカデミックの長短やアカデミックのシステムの企業のものとの違いを理解できれば，アカデミックを適切に利用できるようになると考えます．将来または現時点でも，両者を理解し適切に活用できる管理者・経営者にもなり得ます．尖った解析手法や数学的思考の有用性と，企業の現場の問題の両方を扱うことができるのであれば，若い数学者あるいは高度な教育を受けた研究者を管理・育成できる管理者になる可能性もあります．

そういう状況が実現して初めとなるかもしれませんが，現状でも，数学を活用し，現場の課題に対峙している技術者は多数，各企業に存在していると考えています．そこでは，前半に論じた数学の世界と日常の関係についての困難を常に感じていると予想されます．

その際，第6節で述べたように，技術と数学の両者を理解したフッサールの様々な考察は，現代においても有効であり，再評価されるべきものと認識しています．「数学と現実（生活世界）」との対応を基として，「数学と現実との乖離を認識しながら，数学化することにより数学的な枠組みで考察を行った後に，現実を理解すると，極めて有効な技術の進歩をもたらすことがある．」という事実は，哲学的な内容を含みます．

本講演では，限定的なところのみを記載しましたが，「数学を如何に社会で活用するのか」あるいは「数学と如何に人類は対峙するのか」は21世紀の大きなテーマであると考えています．例えば，ワィエルシュトラスが考察した解析接続をベースとしたと思われるフッサールの「多様体」による日常と数学の対応など，学ぶべきことは，まだまだたくさんあると考えます．これらは，単に「数学の産業応用」ということだけではなく，21世紀の科学観，自然観，技術観に変質を伴うかもしれないものでもあると考えています．

第9節　まとめ

企業における技術の言葉としての数学の特徴は以下の通り：

1　対象や用途によって，手法は選択される（手法ありきでは NG）

2　数学の中でも様々な数学を融合して活用するのが基本である

3　数学の論文誌に掲載されにくい研究テーマが多い　（レフリーできる人がいない）

4　数学が独立で何か役に立つものではない　（プロジェクトの一つの要素にすぎない）

5　数学と現実との乖離を認識しながら，対象を数学化し，数学的な枠組みで考察を行った後に，その結果により現実を解釈・制御する操作により，技術の進歩に効果的に貢献する．

数学を言葉として操ることの（哲学的，人材的）困難さを，理解・認識し，それを克服することが緊急の課題として社会的に求められていると考えています．

【参考文献】

[1] 大野晋 日本語の文法を考える 岩波新書 1978
[2] A. D. アクゼル (青木薫訳)「無限」に魅入られた天才数学者たち　ハヤカワ文庫 2015
[3] G. ガリレイ 偽金鑑識官 1624 年(「ガリレオ」責任編集豊田利幸) 世界の名著 21 中央公論新社 1973 年
[4]　岡崎勝世 科学 vs. キリスト教世界史の転換 講談社現代新書 2013 年
[5] 岡崎勝世 聖書 VS. 世界史 講談社現代新書 1996 年
[6]　F・E マニュエル(竹本健訳)ニュートンの宗教 法政大学出版局 2007 年
[7]　R. ホーイカース, D. グッドマン, G. ロバーツ,C. ロウレス, N. コーリ, 藤井清久訳 理性と信仰—科学革命とキリスト教 すぐ書房(2007)
[8] J. H. ブルック(田中靖夫訳) 科学と宗教 工作舎 2005
[9]　E. フッサール(細谷恒夫, 木田元訳)ヨーロッパ諸学の危機と超越論的現象学 中央公論社 1995 年
[10] 田島 節夫 フッサール 講談社学術文庫 1996
[11] R. デカルト (三宅徳嘉, 原亨吉, 小池健男, 青木靖三, 水野和久, 赤木昭三訳)「デカルト著作集〈1〉」 白水社 2001『みずからの理性を正しく導き, もろもろの学問において真理を探究するための方法についての序説およびこの方法の試論(屈折光学・気象学・幾何学)』
[12] D. C. Goodman (大谷隆昶訳)デカルト哲学における神と自然 C.A.ラッセル編「OU 科学史 I-宇宙の秩序」創元社 1983
[13] T. クーン(中山茂訳) 科学革命の構造 みすず書房
1971 年
[14] 野家啓一 パラダイムとは何か クーンの科学史革命 (講談社学術文庫) 2008
[15] 松谷茂樹 ものづくりの数学のすすめ 技術革新をリードする現代数学活用法 現代数学社 2017
[16] H. Casimir, Haphazard Reality: Half a Century of Science, Harpercollins 1984
[17] 田中耕一「イノベーションに天才は不要, 異分野融合の場こそが重要」 NIKKEI BP 総研 2018 2018.08.30／2018.09.10
[18] 松谷茂樹 「数学 Libre: 産業数理の発展に向けて Ⅰ-V」 現代数学 2019 年 5 月-9 月
[19] 鈴木俊洋 数学の現象学: 数学的直観を扱うために 生まれたフッサール現象学 法政大学出版局 2013 年
[20] M. ギボンズ(小林信一監訳) 現代社会と知の創造 —モード論とは何か 丸善ライブラリー 1997
[21] 田口玄一 品質工学の数理　日本規格協会 1999
[22] 松谷茂樹 線型代数学周遊 現代数学社 2013
[23] B. Mandelbrot, How Long Is the Coast of Britain? Science 156,(1967), 636-638 .大野晋 日本語の文法を考える 岩波新書 1978
[24] 堤 大地, 新庄 克彦, 浅井 朗 界面形状解析方法, 界面形状解析装置, 制御プログラム, 及び媒体 特開 2003-287487
[25] 松谷茂樹 表面張力計算方法 特開 2006-30060
[26] S. Matsutani, K. Nakano, K. Shinjo, Surface tension of multi-phase flow with multiple junctions governed by the variational principle, Math. Phys. Analy. Geom. **14** (3) (2011)
237-278
[27] M. Okuda, S. Matsutani, A. Asai, A. Yamano, K. Hatanaka, T. Hara and T. Nakagiri, Electron trajectory analysis of surface conduction electron emitter displays(SEDs) (invited talk), SID 98 Digest, (1998) 185-188 (The Society for Information Display), Apr 1, 1998.
[28] S. Matsutani and E. Previato, Jacobi inversion on strata of the Jacobian of the Crs curve
yr = f(x) I, II,　J. Math. Soc. Jpn. **60** (4) (2008) 1009-1044, **66** (2014) 647-691
[29]　浅井朗 バブルジェットプリンタの開発 ながれ 24(2005)603－608.
[30]　Matsutani, Y. Shimosako, On homogenized conductivity and fractal structure in a high contrast continuum percolation model, Appl. Math. Modelling 39(2015) 7227 -7243.
[31] J. von Neumann wrote The Mathematician, Works of the Mind Vol. I no. 1 (University of Chicago Press, Chicago, 1947), 180-196
[32] S. Matsutani, Hierarchical lattice generating method, apparatus, and storage device storing a program thereof, US 6,995,766 B2, 2006.
[33] S. Matsutani and A. Asai, Finite element method library, finite element method program and storage medium,　US 7,197,440 B2,　2007
[34] 松谷茂樹 「数学 Libre: 産業数理の発展に向けて Ⅰ-VI」現代数学 2019 年 5 月号-10 月号
[35] 科学技術指標 2018 文部科学省 科学技術・学術政策研究所 科学技術・学術基盤調査研究室, 2018 年
[36] 平鍋健児 https://learning-data-science-from-youtube.connpass.com/event/240989/